

## SEMINARPROGRAMM “GRAPHENTHEORIE“

DR. T. TIMMERMANN, PD DR. C. VOIGT

Als Quellen empfehlen wir die Bücher von Aigner-Ziegler [1], Bollobas [2], Diestel [4], Harris-Hirst-Mossinghoff [5] und Matousek-Nesetril [7]. Es kann sich aber durchaus lohnen noch weitere Literatur zu den einzelnen Themen zu suchen!

Die mit (B) markierten Vorträge eignen sich gut als Grundlage für eine Bachelorarbeit.

*Bitte schicken Sie uns bis zum 7.2.2011 eine email mit Angabe von drei möglichen Vorträgen, die Sie übernehmen würden (mit Präferenz). Schreiben Sie bitte auch, ob Sie eine Bachelor-Arbeit im Anschluss schreiben wollen.*

### 1. C Grundlagen der Graphentheorie

*Datum* 5. 4. 2011  
*Vortragender* Florian Peine  
*Inhalt* Graphen, Ecken, Kanten, Isomorphie von Graphen, Untergraphen, Pfade und Kreise, Zusammenhang, Beispielgraphen, Übersicht über klassische Anwendungen (Färbungsprobleme, Optimierungsprobleme, Einbettungsprobleme)  
*Literatur* [2] Abschnitte I.1 - I.2; [4] Abschnitte 1.1 - 1.4; [5] Abschnitt 1.1; eventuell [1] Kapitel 25, Abschnitt 5 bis Gleichung (6)

### 2. C Bäume und Wälder

*Datum* 12. 4. 2011  
*Vortragender* Morlin Kirchner  
*Inhalt* Bäume, Wälder, aufspannende Bäume, Beispiele für Modellierung durch Bäume, Charakterisierung von Bäumen durch Anzahl der Kanten, Satz von Cayley  
*Literatur* [2] Abschnitt I.2 mit Übung 9; [1] 30; [5] 1.3.4

### 3. C Eulersche Graphen (B)

*Datum* 19. 4. 2011  
*Vortragender* Christine Möllering  
*Inhalt* Das Königsberger Brückenproblem, Euler-Touren, Eulersche Graphen, Charakterisierung Eulerscher Graphen, Algorithmus von Hierholzer  
*Literatur* [2] Abschnitt I.3; [4] 1.8; [5] 1.4.1, 1.4.2

#### 4. C Die Eulersche Polyederformel (B)

<i>Datum</i>	26. 4. 2011
<i>Vortragender</i>	Phillip Sieverding
<i>Inhalt</i>	Planare Graphen, Eulersche Polyederformel, $K_5$ und $K_{3,3}$ als Beispiele nicht planarer Graphen, Satz von Sylvester-Gallai oder Satz von Pick
<i>Literatur</i>	[1] Kapitel 12; [5] 1.5.1, 1.5.2; [4] Kapitel 4.2

#### 5. Reguläre Polyeder

<i>Datum</i>	3. 5. 2011
<i>Vortragender</i>	Johannes Rogge
<i>Inhalt</i>	Konvexe Polyeder, Klassifikation regulärer dreidimensionaler Polyeder über die Eulersche Polyederformel, Beschreibung der fünf regulären dreidimensionalen Polyeder, Mosaik
<i>Literatur</i>	[5] 1.5.3, [8] 8

#### 6. Der Fünffarbensatz (B)

<i>Datum</i>	10. 5. 2011
<i>Vortragender</i>	Markus Jürgens
<i>Inhalt</i>	Färbungsprobleme, Graphen aus Landkarten, Listenfärbungen, chromatische Zahlen, der Fünffarbensatz, der Vierfarbensatz (ohne Beweis)
<i>Literatur</i>	[1] Kapitel 34; [4] Abschnitt 5.1

#### 7. Heiratssätze (B)

<i>Datum</i>	17. 5. 2011
<i>Vortragender</i>	Yvonne Korflür
<i>Inhalt</i>	Das Heiratsproblem als Motivation, Bipartite Graphen, Matchings und stabile Matchings, der Heiratssatz (Existenz stabiler Matchings)
<i>Literatur</i>	[1] Kapitel 33; [5] Kapitel 2.9

#### 8. Ramsey-Theorie (B)

<i>Datum</i>	24. 5. 2011
<i>Vortragender</i>	Sonja Große Lordemann
<i>Inhalt</i>	Ramsey-Zahlen, Beispielberechnungen $R(1, n)$ , $R(2, n)$ , $R(3, 3)$ , Eigenschaften von Ramsey-Zahlen, der Satz von Ramsey, Anwendung auf ebene Geometrie
<i>Literatur</i>	[4] Abschnitt 9.1; [5] 1.8.1, 1.8.2; [9] Theorem 3.8

**9. Die probabilistische Methode (B)**

<i>Datum</i>	31. 5. 2011
<i>Vortragender</i>	Christof Blaser
<i>Inhalt</i>	Grundlagen der (endlichen) Wahrscheinlichkeitstheorie, Erwartungswert, Markovs Ungleichung, untere Abschätzung für Ramsey-Zahlen, Existenz von Graphen mit hoher chromatischer Zahl und Umfang
<i>Literatur</i>	[1] Appendix zu Kapitel 15, Kapitel 40

**10. Sperners Lemma (B)**

<i>Datum</i>	7. 6. 2011
<i>Vortragender</i>	Katharina Schaaf
<i>Inhalt</i>	Wiederholung über metrische Räume und stetige Abbildungen, der $n$ -dimensionale Einheitsball, Formulierung des Brouwerschen Fixpunktsatzes, Zwischenwertsatz und der Fall $n = 1$ , Sperners Lemma, Beweis des Fixpunktsatzes für $n = 2$
<i>Literatur</i>	[1] Kapitel 25, Abschnitt 6

**11. Die Kneser-Vermutung (B)**

<i>Datum</i>	21. 6. 2011
<i>Vortragender</i>	Franziska Anna Spahn
<i>Inhalt</i>	Kneser-Graphen, die Kneser-Vermutung, Formulierung des Satzes von Borsuk-Ulam, Beweis der Kneser-Vermutung mithilfe von Borsuk-Ulam
<i>Literatur</i>	[1], Kapitel 38

**12. C Planare Graphen (B)**

<i>Datum</i>	28. 6. 2011
<i>Vortragender</i>	Julian Zenker
<i>Inhalt</i>	Kreuzungs-Zahlen, minimale Zeichnungen, Das Kreuzungs-Lemma, Inzidenzzahlen für Punkte und Geraden in der Ebene
<i>Literatur</i>	[1] Kapitel 40

**13. C Graphen und lineare Algebra**

<i>Datum</i>	5. 7. 2011
<i>Vortragender</i>	Alexander Lübke
<i>Inhalt</i>	Wiederholung aus der linearen Algebra, symmetrische Matrizen und Eigenwerte, Adjunktionsmatrix, Charakterisierung bipartiter Graphen durch das Spektrum der Adjunktionsmatrix, Chromatische Zahlen und Spektrum
<i>Literatur</i>	[3] Kapitel 1.1, 1.5

## 14. C Expandierende Graphen (B)

<i>Datum</i>	12. 7. 2011
<i>Vortragender</i>	Andrea Matzat
<i>Inhalt</i>	Isoperimetrische Konstante und expandierende Graphen, kurze Übersicht über Anwendungen von Expandern, Spektrale Charakterisierung von expandierenden Graphen
<i>Literatur</i>	[3] Kapitel 1.2, bei Theorem 1.2.3 nur Beweis von Teil a); [6]

### LITERATUR

- [1] Martin Aigner and Günter M. Ziegler. *Proofs from The Book*. Springer-Verlag, Berlin, fourth edition, 2010.
- [2] Béla Bollobás. *Graph theory*, volume 63 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1979. An introductory course.
- [3] Giuliana Davidoff, Peter Sarnak, and Alain Valette. *Elementary number theory, group theory, and Ramanujan graphs*, volume 55 of *London Mathematical Society Student Texts*. Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [4] Reinhard Diestel. *Graph theory*, volume 173 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, third edition, 2005.
- [5] John M. Harris, Jeffrey L. Hirst, and Michael J. Mossinghoff. *Combinatorics and graph theory*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, New York, second edition, 2008.
- [6] Alexander Lubotzky. *Discrete groups, expanding graphs and invariant measures*. Modern Birkhäuser Classics. Birkhäuser Verlag, Basel, 2010. With an appendix by Jonathan D. Rogawski, Reprint of the 1994 edition.
- [7] Jiří Matoušek and Jaroslav Nešetřil. *Invitation to discrete mathematics*. Oxford University Press, Oxford, second edition, 2009.
- [8] Oystein Ore. *Graphen und ihre Anwendungen*. Ernst Klett Verlag, Stuttgart, 1974. Translated from the English by Gisela Polloczek, Klett Studienbücher Mathematik.
- [9] J. H. van Lint and R. M. Wilson. *A course in combinatorics*. Cambridge University Press, Cambridge, second edition, 2001.

## HINWEISE ZUR VORBEREITUNG

Was ist das Ziel des Seminars? Die Teilnehmer sollen

- sich jeweils ein mathematisches Gebiet mit Unterstützung des Seminarleiters aneignen und
- die wichtigsten Inhalte den anderen Teilnehmern im Rahmen eines Vortrages beibringen.

Wie bereitet man einen Vortrag vor? Der folgende Plan gibt Ihnen ein paar Hinweise:

- (1) **Stoff sichten und durchdringen** (*ab etwa 3 Wochen vor dem Vortrag*)
  - (a) Inhalt und Literatur für den Vortrag sind jeweils stichpunktartig vorgegeben, sollten aber gleich zu Beginn kurz besprochen werden.
  - (b) Fragen zum Inhalt können wir je nach Umfang per Email, beim Seminar oder in einer Besprechung klären.
  - (c) Beachten Sie: Bevor Sie den Zuhörern einen Sachverhalt beibringen können, müssen Sie ihn selbst verstanden haben. Um Fragen beantworten zu können, benötigen Sie eventuell zusätzliches Hintergrundwissen.
- (2) **Stoffauswahl** (*ab etwa 3 Wochen vor dem Vortrag*)
  - (a) Entwickeln Sie eine hierarchische Gliederung des Vortrags. Dabei hilft folgendes Vorgehen: Fassen Sie das Ziel des Vortrags in zwei bis drei Sätzen zusammen, unterteilen Sie den Vortrag in Abschnitte und fassen Sie das Ziel jedes Abschnitts wieder in zwei bis drei Sätzen zusammen. Dann gliedern Sie jeden Abschnitt in Definitionen, Beispiele und Sätze, deren Inhalt Sie mit jeweils einem Satz zusammenfassen.
  - (b) Suchen Sie zur Veranschaulichung des Stoffes — insbesondere von Definitionen, aber auch (zur Anwendung von) Sätzen — nach Beispielen und Gegenbeispielen.
  - (c) Überdenken Sie die Reihenfolge, in der Sie die Definitionen, Beispiele und Sätze anordnen.
  - (d) Beschränken Sie sich auf die wesentlichen Kernpunkte des Vortrags und versuchen Sie, diese möglichst gut zu erklären. Überfordern Sie die Zuhörer weder durch zu viele Details wie langwierige Rechnungen noch durch zu viel Stoff.
- (3) **Besprechung der Stoffauswahl** (*etwa 2 Wochen vor dem Vortrag*)

Bringen Sie zur Besprechung der Stoffauswahl eine erste schriftliche Gliederung entsprechend der Hinweise in 2(a) mit.

- (4) **Planung des Vortrags** (*ab etwa 2 Wochen vor dem Vortrag*)
- (a) Suchen Sie aus, was Sie an die Tafel schreiben — dazu gehören alle Definitionen, Sätze und Beweise sowie die meisten Beispiele. Formulieren Sie dieses dann genau aus und planen Sie das Tafelbild. Weil Anschreiben viel Zeit kostet, sollten Sie auf lange Sätze verzichten und knapp formulieren.
  - (b) Suchen Sie aus, was Sie nur sagen und nicht anschreiben — dazu gehören Zusammenfassungen, Erläuterungen oder ganz einfache Beispiele. In solchen Schreibpausen können Sie sich von der Tafel lösen, den Zuhörern zuwenden und verhindern, dass der Kontakt zu den Zuhörern abreißt.
  - (c) Planen Sie Ihren Vortrag flexibel, damit Sie auf Fragen und eventuelle Zeitknappheit reagieren können. Welche Details wollen Sie auslassen und nur auf Nachfrage erklären? Welche können Sie bei Zeitknappheit weglassen? Setzen Sie die wichtigsten Ergebnisse nicht an den Schluss, sonst kommen diese womöglich wegen Zeitknappheit oder Ermüdung der Zuhörer zu kurz.
  - (d) Wie können Sie die Zuhörer einbeziehen? Bereiten Sie einfache Verständnisfragen an die Zuhörer vor, etwa zu Beispielen oder im Anschluss an Definitionen.
  - (e) Wie ordnet sich der Vortrag in das gesamte Seminar ein? Stellen Sie den Bezug zu anderen Vorträgen her.
- (5) **Probenvortrag** Halten Sie Ihren Vortrag probeweise, am Besten mit Zuhörern!
- (6) **Besprechung des Vortrags** (*etwa 1 Woche vor dem Vortrag*)  
 Bringen Sie zur Besprechung des Vortrags die genaue Ausarbeitung dessen, was Sie anschreiben und was Sie sagen wollen, mit.
- (7) **Vortrag halten**
- (a) Sprechen Sie nicht nur an die Tafel, sondern stellen Sie Kontakt zu den Zuhörern her, etwa durch Augenkontakt, Fragen und Schreibpausen (siehe 4(b) und 4(d)), Bezugnahme auf andere Vortragende (siehe 4(e)) und Ermunterung zu Fragen.
  - (b) Schreiben Sie sorgfältig und sprechen Sie laut und deutlich.
  - (c) Lassen Sie sich nicht verunsichern und bleiben Sie ruhig. Ein Seminarvortrag ist keine Prüfungssituation! Wenn Sie eine Frage nicht beantworten können, geben Sie das offen zu — dann versuchen wir, die Frage gemeinsam zu beantworten.

Wie verhalten Sie sich als Zuhörer? Sie sollten stets nachfragen, wenn eine Formulierung oder ein Sachverhalt unklar ist oder Ihnen einfach eine Frage auffällt. Dabei brauchen Sie nicht zu befürchten, den Vortragenden “bloßzustellen” — Fehler können jedem passieren, und wenn der Vortragende eine Frage nicht beantworten kann, gilt 7(c).

Wonach richtet sich die Bewertung? Sie sollen keine perfekte und glatte Präsentation abliefern, sondern sich bemühen, den anderen Teilnehmern etwas beizubringen. Deswegen werden unter anderem die Vorbereitung des Vortrags, die didaktische Aufbereitung des Stoffes, das Bemühen um den Kontakt zu den Zuhörern, der Umgang mit Fragen und natürlich die fachliche Durchdringung des Stoffes bewertet.

*E-mail address:* [timmermt@math.uni-muenster.de](mailto:timmermt@math.uni-muenster.de)

*E-mail address:* [cvoigt@math.uni-muenster.de](mailto:cvoigt@math.uni-muenster.de)